

26/9/13

Regn. No:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

9

Anna University, Chennai - 600 025
 B.E / B.Tech (Full Time) Degree End Semester Examinations - September 2013
 II Semester B.E /B.Tech - Common to All Branches
 MA132 / MA181 / MA9161 - Mathematics II- (Regulations 2008)

Duration: 3 Hours

Total marks= 100

Part A

(10 x 2 = 20 Marks)

1. Find the particular integral of $(D^2 - 2D + 1)y = x^2$.
2. Solve $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 0$.
3. Find $\bar{\nabla} \circ \bar{\nabla} \phi$ for the function $\phi(x, y, z)$.
4. If C is a planar curve connecting two points A and B , find $\int_C \bar{\nabla} \phi \cdot d\bar{r}$.
5. If $f(z)$ is analytic and $\overline{f(z)}$ also analytic, then show that $f(z)$ is constant.
6. Find the image of $|z - 2| = 1$ under the mapping $w = z - 2 + 5i$.
7. Evaluate $\int_C (505z^2 + 600z + 1000)dz$, where C is the circle $|z| = 101$.
8. Identify and classify the singularity of the function $f(z) = \sin z/z$.
9. Write down the Laplace transform of a periodic function $f(t)$ with period "a".
10. Using Initial Value theorem, find $\lim_{t \rightarrow 0} f(t)$, given that $L\{f(t)\} = \frac{1}{s(s+2)}$.

Part B

(5 X 16=80 Marks)

- 11.a(i) Using method of variation of parameters solve $y'' - 2y' + y = xe^x$. (8 Marks)
 - a(ii) Using method of undetermined coefficients solve $y'' + y = 10 \sin x$. (8 Marks)
 - 12.a(i) Find $\oint_C [(x^2 - y^2)dx + 2xydy]$, where C is the boundary of the square in the xy - plane formed by $x = 0, y = 0, x = 1$ and $y = 1$. (8 Marks)
 - (ii) Using Stoke's theorem find $\int_C \bar{F} \phi \cdot d\bar{r}$ for the vector field $\bar{F} = -y\hat{i} + 2yz\hat{j} + y^2\hat{k}$ where S is hemisphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ and C is its boundary on the xy - plane. (8 Marks)
- (OR)
- 12.b(i) Verify Gauss divergence theorem for the vector function $\bar{F} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ over the cube bounded by $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0$ and $z = 1$. (10 Marks)
 - (ii) Find $\phi(x, y, z)$ with $\phi(1, -2, 2) = 4$ if $\bar{\nabla} \phi = 2xyz^3\hat{i} + x^2z^3\hat{j} + 3x^2yz^2\hat{k}$. (6 Marks)

13.a(i) Find the analytic function $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$, given that $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$. Further, find $v(x, y)$. (8 Marks)

(ii) Find the bilinear transformation which maps the points $z = 1, i, -1$ into the points $w = 0, 1, \infty$. Find also the pre-image of $|w| = 1$ under this bilinear transformation. (8 Marks)

(OR)

13.b Find the image (in w -plane) of the triangular region bounded by the lines $x = 0, y = 0$ and $x + y = 1$ in z -plane under the following transformations:

(i) $w = z^2$ (8 Marks)

(ii) $w = e^{i\pi/4}z$ (8 Marks)

14.a(i) Evaluate $\int_C \frac{dz}{z^2(z+2)}$ where C is the circle in Z -plane: $|z - 1| = 2$ (8 Marks)

(ii) Find the Laurent's series expansion of $f(z) = \frac{7z - 2}{(z + 1)z(2 - z)}$ valid in the region $1 < |z + 1| < 3$. (8 Marks)

(OR)

14.b(i) Find the Taylor power series expansion of $f(z) = \sin z$ about the point $z = \pi/4$. (8 Marks)

(ii) Using Contour integration on unit circle, evaluate $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{(2 + \cos \theta)}$. (8 Marks)

15.a(i) Evaluate $\int_0^\infty te^{-3t} \sin t dt$. (4 Marks)

(ii) Find the inverse Laplace transform $L^{-1}\left(\frac{s}{s^2 + 2s + 2}\right)$. (6 Marks)

(ii) Find the Laplace transform $L\left(\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t}\right)$. (6 Marks)

(OR)

15.b(i) Using convolution theorem find the inverse Laplace transform of $\frac{s}{(s^2 + 1)(s^2 + 1)}$. (8 Marks)

(ii) Solve $y'' - 6y' + 9y = t^2e^{3t}$, $y(0) = 2, y'(0) = 6$ by Laplace transform method. (8 Marks)

-Paper Ends-

13.(a) (i) $u(x, y) = x^3 - 3xy^2 + 3x^2 - 3y^2 + 1$ கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில்,
 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ பகுப்பாய்வு சார்பு என இருக்கும்பட்சமாக கண்டுபிடி. மேலும்
 $v(x, y)$ -யும் காண்க. (8)

(ii) Z - தளத்தில் உள்ள $z = 1, i, -1$ புள்ளிகளை W - தளத்தில் உள்ள $w = 0, 1, \infty$
 புள்ளிகளுக்கு முறையே மாற்றம் செய்யும் இருகோட்டு உருமாற்றத்தை காண்க. மேலும் இந்த
 உருமாற்றத்தின் மூலம் $|w| = 1$ என்பதின் எதிர்பிம்பத்தை காண்க. (8)

(அல்லது)

13.(b) பின்வரும் உருமாற்றங்களின் கீழ் Z - தளத்தில் உள்ள $x = 0, y = 0, x + y = 1$ என்ற
 கோடுகளுக்குள் அடைக்கப்பட்ட பகுதியின் பிம்பத்தை காண்க:

(i) $w = z^2$ (8)

(ii) $w = e^{i\pi/4} z$ (8)

14.(a) (i) $\int_C \frac{1}{z^2(z+2)} dz$ -ன் மதிப்பு காண்க; இங்கு C - என்பது Z - தளத்தில் உள்ள
 $|z-1| = 2$ என்ற வட்டம் ஆகும். (8)

(ii) $f(z) = \frac{7z-2}{(z+1)z(2-z)}$ என்ற சார்பிற்கு $1 < |z+1| < 3$ என்ற மண்டலத்தில் லாராண்ட்
 அடுக்குத் தொடர் வரிசையை விரித்து எழுதவும். (8)

(அல்லது)

14. (b) (i) $f(z) = \sin z$ என்ற சார்பிற்கு $z = \pi/4$ என்ற புள்ளி குறித்து டெய்லரின் அடுக்குத்
 தொடர் வரிசையை எழுதவும். (6)

(ii) ஓரலகு ஆர முழு வட்ட உருவரை தொகையீடல் மூலம் $\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2 + \cos \theta}$ -ன் மதிப்பை
 காண்க. (10)

15. (a) (i) மதிப்பீடுக: $\int_0^{\infty} t e^{-3t} \sin t dt$. (4)

(ii) லாப்லாஸ் எதிர் உருமாற்றம் காண்க: $L^{-1} \left\{ \frac{s}{(s^2 + 2s + 2)} \right\}$ (6)

(iii) லாப்லாஸ் உருமாற்றம் காண்க: $L \left\{ \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} \right\}$ (6)

(அல்லது)

15. (b)(i) சுருளல் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி $L^{-1} \left[\frac{s}{(s^2 + 1)(s^2 + 1)} \right]$ காண்க. (8)

(ii) லாப்லாஸ் உருமாற்றம் மூலம் தீர்வு காண்க: $y'' - 6y' + 9y = t^2 e^{3t}$, $y(0) = 2$,
 $y'(0) = 6$. (8)