

25/1/13

16

பதிவு எண்

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

பி.இ./பி.டெக். (முழுநேர) பட்ட இறுதி பருவத் தேர்வு , நவம்பர் / டிசம்பர் 2013
முன்றாம் பருவம்

MA 9211/MA271/MA231 - கணிதவியல் - III (வழிமுறை - 2008/2004/2002)

அனைத்து பிரிவுகளுக்கும் பொதுவானது

நேரம் : 3 மணி

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளி

பகுதி - A (10 × 2 = 20)

1. ∴பூரியர் தொடருக்கான டிரிசீலேட்'ஸ் நிபந்தனைகளை எழுதுக.

2. $0 < x < 2\pi$ என்ற இடைவெளியில், $(\pi - x)^2 = \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^2}$ எனில் $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$ என்ற தொடரின்

மதிப்பை காண்க

3. $f(x)$ இன் ∴பூரியர் உருமாற்றம் $F(s)$ எனில், $e^{i\alpha x} f(x)$ என்பதன் ∴பூரியர் உருமாற்றத்தை காண்க.

4. $\int_0^{\infty} f(x) \cos \alpha x \, dx = e^{-\alpha}$, இங்கு $\alpha > 0$, எனில் $f(x)$ ஐ காண்க.

5. $xy = pq$ இன் முழு தீர்வு காண்க.

6. $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} - z = 0$ இன் பொது தீர்வு காண்க.

7. $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ என்ற ஒரு பரிமாண வெப்ப கடத்தலுக்கான சமன்பாட்டின் அனைத்து சாத்திய தீர்வுகளையும் எழுதுக.

8. ஒரு பரிமாண அலை சமன்பாட்டின் கருதுகோள்கள் யாவை ?

9. $n a^n$ இன் Z-உருமாற்றத்தை காண்க.

10. $Z\{f(n)\} = \frac{z^2}{z^2 + 1}$ எனில் $\lim_{n \rightarrow \infty} f(n)$ ஐ காண்க.

பகுதி - B (5 × 16 = 80)

11. i) $f(x) = \begin{cases} 1 - |x|, & \text{if } |x| < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ இன் ∴பூரியர் உருமாற்றத்தை காண்க. மேலும் $\int_0^{\infty} \left(\frac{\sin t}{t}\right)^2 dt = \frac{\pi}{2}$ என்றவாறு தருவி. (8)

ii) e^{-ax} ($a > 0$) இன் ∴பூரியர் நெடுக்கை உருமாற்றத்தை காண்க. மேலும் $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2 + a^2)^2} = \frac{\pi}{4a}$ என்றவாறு தருவி. (8)

12. (a) i) $f(x) = \begin{cases} -\pi, & \text{if } -\pi < x < 0 \\ x, & \text{if } 0 < x < \pi \end{cases}$ -இன் ஃபூரியர் தொடரினை காண்க. (8)

ii) $f(x) = x, 0 < x < 4$ - இன் அரை எட்டுத்தொளைவுள்ள கிடக்கை(cosine) தொடரினை காண்க. மேலும் $\frac{1}{1^4} + \frac{1}{3^4} + \frac{1}{5^4} + \dots$ ன் மதிப்பை தருவி. (8)

(அல்லது)

(b) i) $-\pi < x < \pi$ என்ற இடைவெளியில் $f(x) = x^2$ இன் ஃபூரியர் தொடரினை காண்க. மேலும் $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ன் மதிப்பை தருவி. (8)

ii) கீழுள்ள அட்டவணை மதிப்பை பயன்படுத்தி, $f(x)$ -இன் ஃபூரியர் தொடரின் முதல் இரண்டு இசைவுகளை காண்க. (8)

x	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$	2π
f(x)	1.0	1.4	1.9	1.7	1.5	1.2	1.0

13. (a) i) $z(x, y) = xf(y) + yg(x)$ -ல் உள்ள சார்புகள் f மற்றும் g -ஐ நீக்கி கிடைக்கும் பகுதி வகைகெழு சமன்பாட்டை காண்க. (8)

ii) பொது தீர்வு காண்க: $z(x - y) = px^2 - qy^2$. (8)
(அல்லது)

(b) i) தனித்தீர்வு காண்க: $z = px + qy + p^2q^2$. (8)

ii) பொது தீர்வு காண்க: $(D^2 - 2DD' + D'^2)z = \cos(x - 3y) + xy^2$. (8)

14. (a) விசுவாக இழுக்கப்பட்ட l நீளமுள்ள கம்பியானது $x = 0$ மற்றும் $x = l$ என்ற இருமுனைப் புள்ளிகளில் கட்டப்பட்டு சம நிலையில் உள்ளது. கம்பிக்கு $3x(l - x)$ என்ற முடுக்கத்தை கொடுப்பதன் மூலம் அதிர்வு ஏற்படுமானால், கம்பியின் இடபெயற்சியினை காண்க. (16)
(அல்லது)

(b) முடிவிலா நிலங்கொண்ட செவ்வகத்தட்டு ஒன்றின் இணை விளிம்புகள் $x = 0$ மற்றும் $x = l$ ஆகும். அத்தட்டின் அகலம் l எனவும் $y = 0$ என்ற விளிம்பு 100°C என்ற வெப்பத்தையும் மற்ற மூன்று விளிம்பும் 0°C என்ற வெப்பத்திலும் வைக்கப்பட்டுள்ளது. தட்டினுள் ஏதேனுமொரு புள்ளியில் மாறா நிலைக்குரிய அமைப்பின் வெப்பத்தைக் காண்க. (16)

15. (a) i) $\frac{z^3 - 20z}{(z - 4)(z - 2)^3}$ என்பதன் நேர்மாறான Z -உருமாற்றதினை காண்க. (8)

ii) $\frac{1}{n(n+1)}, n \geq 1$ இன் Z -உருமாற்றதினை காண்க. (8)

(அல்லது)

(b) i) சுருளல் தேற்றத்தின் மூலம் $\frac{z^3}{(z - a)^3}$ என்பதற்குரிய நேர்மாறான Z -உருமாற்றதினை காண்க. (8)

ii) Z -உருமாற்றதின் மூலம் தீர்க்க: $u_{n+2} + 6u_{n+1} + 9u_n = 2^n$, இங்கு $u_0 = 0, u_1 = 0$. (8)
