

அண்ணா பல்கலைக்கழகம், சென்னை - 25

பி.இ. / பி.டெக். இறுதி பருவத் தேர்வுகள் - ஏப்ரல் / மே 2011

MA 9111 - கணிதவியல் I

முதல் பருவம் (அனைத்துப் பிரிவுகளின் நிரல்களுக்கும் பொதுவானது)

நேரம்: 3 மணி

அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

மொத்த மதிப்பெண்கள் : 100

பகுதி A (10×2=20)

1. A என்பது ஒரு செங்குத்து அணி என்றால், $|A| = \pm 1$ என்பதை நிரூபி.
2. கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள இரு படி வடிவத்தின் தன்மையைக் காண்க.

$$x_1^2 + 3x_2^2 + 4x_3^2 + 2x_2x_3 + 4x_1x_3 + 2x_1x_2$$
3. வரம்புடைய தொடர்வரிசையை வரையறுக்கவும்.
4. மடக்கைத் தொடரின் ஒருங்குதலை விவரிக்கவும்.
5. $u = (x - y)(y - z)(z - x)$ என இருந்தால் $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}$ -ன் மதிப்பு என்ன?
6. $u = \frac{2x - y}{2}$ மற்றும் $v = \frac{y}{2}$ என்றால் $\frac{\partial (x, y)}{\partial (u, v)}$ ன் மதிப்பு என்ன?
7. காமா சார்பை பயன்படுத்தி $\int_0^{\infty} x^4 e^{-x} dx$ - இன் மதிப்பைக் கண்டுபிடிக்கவும்.
8. $\beta(m, n) = \beta(m+1, n) + \beta(m, n+1)$ என நிரூபி.
9. மதிப்பு காண்க: $\int_2^3 \int_1^2 \frac{1}{xy} dx dy$
10. மதிப்பு காண்க: $\int_0^1 \int_0^2 \int_0^3 (xyz) dz dy dx$.

பகுதி B (5×16=80)

11.i). டாலம்பரின் விகிதச் சோதனை மூலம்

$$1 + \frac{2}{5}x + \frac{6}{9}x^2 + \frac{14}{17}x^3 + \dots \quad (x > 0) \text{ எனும் தொடரின் ஒருங்கலை, சோதனை செய்யவும்.} \quad (8)$$

ii). x -இன் எந்தெந்த மதிப்புகளுக்கு $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{6} \dots + \infty$ எனும் தொடர் ஒருங்குகிறது எனக் காண்க. (8)

12. a. i). $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 6 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தனித்தன்மை மூலங்களையும்,

அதற்கு உரிய திசையிகளையும் காண்க. (8)

ii). $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தனித்தன்மை சமன்பாட்டைக் காண்க.

மேலும் அதிலிருந்து A^4 ன் சமன்பாட்டைக் காண்க. (8)

(அல்லது)

b.i). செங்குத்து உருமாற்றத்தின் மூலம் $x^2 + 5y^2 + z^2 + 2xy + 6xz + 2yz$ எனும் இருபடி வடிவத்தை அதன் நியமன வடிவத்திற்கு மாற்றுக. (10)

ii). கேய்லே - ஹெமில்டன் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, கொடுக்கப்பட்டுள்ள அணி

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ன் நேர் எதிர் அணியைக் காண்க. (6)

13. a. i). $v = \log r$, $r^2 = x^2 + y^2$ என்றால்

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \text{ ன் மதிப்பைக் காண்க.} \quad (8)$$

ii). ஒரு மூடியில்லா செவ்வகப்பெட்டியின் புறப்பரப்பு 432 சதுரசெ.மீ. அதன் கொள்ளளவு அதிகமானதாக இருக்கவேண்டுமென்றால் அதன் கனபரிமாணங்களைக் கண்டுபிடிக்கவும். (8)

(அல்லது)

b. i). e^{xy} எனும் சார்பலனின் டெய்லரின் விரிவை $(x-1)$ மற்றும் $(y-1)$ எனும் மாறியில் மூன்றாம் படி வரை எழுதவும் (8)

ii). $f(x, y) = 2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$ எனும் சார்பலனின் அதிக மற்றும் குறைந்த மதிப்புகளைக் கண்டுபிடிக்கவும். (8)

14. a). தொகையிடல் குறியீட்டுக்குள் வகைக்கெழு காணலின் முறைப்படி

$$\int_0^a \frac{\log(1+ax)}{1+x^2} dx = \frac{1}{2} \log(1+a^2) \tan^{-1}(a) \text{ என்பதை நிரூபி.}$$

$$\text{மேலும் } \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx = \frac{\pi}{8} \log(2) \text{ என்பதையும் நிரூபிக்கவும்.} \quad (16)$$

(அல்லது)

b. i). காமா சார்பைப் பயன்படுத்தி $\int_0^2 \frac{x^2}{\sqrt{2-x}} dx$ -ன் மதிப்பைக் காண்க. (8)

ii). $I = \int_0^{\infty} \frac{x^{n-1}}{1+x} dx = \frac{\pi}{\sin n\pi}$ என்றால்

$$\Gamma(n) \Gamma(1-n) = \frac{\pi}{\sin n\pi} \quad 0 < n < 1 \text{ என்பதை நிரூபி.} \quad (8)$$

15. a. i). மதிப்பு காண்க: $\int_0^{\pi} \int_0^{a \cos \theta} (r \sin \theta) dr d\theta.$ (8)

ii). வரிசை மாற்றி தொகையிட்டு மதிப்பு காண்க: $\int_0^{4a} \int_{\frac{x^2}{4a}}^{2\sqrt{ax}} dy dx.$ (8)

(அல்லது)

b. i). $y^2 = 4ax$ மற்றும் $x^2 = 4ay$ என்ற இரு பரவளையங்களுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பளவைக்காண்க. (8)

ii). கோணதூர ஆயக்கூறுகளுக்கு மாற்றித் தொகையிடுக.

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} dy dx \quad (8)$$
